

0 7 2 4 9 1 1 - 1

Казанский государственный университет

На правах рукописи

Яценко Галина Анатольевна

Теория спиновой диффузии в полимерных расплавах.

Специальность 01.04.07 – физика конденсированного состояния

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

**НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА
КФУ**



0000977318

Научный руководитель
д.ф.-м.н. Фаткуллин Н.Ф.

Казань 2001

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'F' followed by a stylized flourish.

Работа выполнена в Казанском государственном университете
им. В.И.Ульянова-Ленина

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Фаткуллин Н.Ф.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Даринский А.А.

кандидат физико-математических наук,
доцент Таюрский Д.А.

Ведущая организация: Тверской государственный университет,
г.Тверь

Защита состоится «_» _____ 2001 года в «14» часов «30» минут на
заседании диссертационного совета Д 212.081.15 при Казанском
государственном университете им. В.И.Ульянова-Ленина по адресу:
420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке
им. Н.И.Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан «_» _____ 2001 года.

Учёный секретарь диссертационного совета,
д.ф.-м. н., профессор



М.В. Еремин

Актуальность проблемы.

Изучение трансляционной подвижности макромолекул является одной из фундаментальных задач физики полимеров. Производство новых полимерных материалов и их переработка требуют знания деталей динамики зацепленных полимеров, т.е. эта задача имеет также большое практическое значение.

Эффективным методом измерения коэффициента самодиффузии молекул/макромолекул является метод ЯМР стимулированного спинного эха с постоянным или импульсным градиентом магнитного поля (ССЭ), позволяющий наблюдать диффузионные перемещения кванта спиновой поляризации на расстояния 10^8 м и меньше.

Измеряемый при этом коэффициент спиновой диффузии обычно связывают исключительно с трансляционными перемещениями спина вместе с соответствующим сегментом макромолекулы. Однако, это не всегда так. Пространственные перемещения кванта спиновой поляризации на временах $\tau_f \ll \tau_1 \ll T_1$ (τ_f – характерное время между флип-флоп переходами, T_1 – время спин-решеточной релаксации) в подсистеме одинаковых ядерных спинов могут осуществляться как за счёт перемещений несущей спин частицы, так и за счёт флип-флоп процессов.

Основным механизмом переноса кванта спиновой поляризации в твердых телах являются флип-флоп переходы. В жидкостях, напротив, нет причины различать коэффициент самодиффузии макромолекул и коэффициент спиновой диффузии, поскольку на временах эксперимента перемещения за счет флип-флоп переходов оказываются полностью усредненными. В расплавах и растворах полимеров достаточно большой молекулярной массы существенную роль могут играть оба процесса. Впервые эта проблема изучалась теоретически Н.Ф.Фаткуллиным [1,2]. Коэффициент спиновой диффузии в его работах был получен в виде:

$$D_{sp} = \frac{1}{6\tau_f} (\langle r^2(\tau_f) \rangle + a_0^2), \quad (1)$$

где $\langle r^2(\tau_f) \rangle$ – среднеквадратичное смещение сегментов макромолекулы в течение времени τ_f , a_0^2 – дополнительное среднеквадратичное смещение спиновой поляризации, испытываемое вследствие межмолекулярных флип-флоп процессов. Степень влияния флип-флоп процессов на измеряемый коэффициент диффузии определяется соотношением характерных времён системы τ_{max} и τ_f (τ_{max} – максимальное время релаксации цепи). Если $\tau_{max} \ll \tau_f$, что имеет место в полимерных расплавах с массой $N^* < 10^2 - 10^3$ (N – число сегментов Куна), то влияние флип-флоп процессов незначительно, и коэффициент спиновой диффузии D_{sp} практически совпадает с коэффициентом самодиффузии D_{sd} . Однако при достаточно больших молекулярных массах возможна реализация случая $\tau_{max} \gg \tau_f$. Тогда

коэффициент диффузии D_p может существенно превосходить коэффициент самодиффузии D_{sd} .

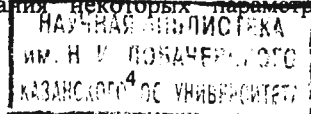
До появления этих теоретических работ авторы экспериментальных исследований, получавшие аномально большие значения коэффициентов диффузии, измеряемые методом ССЭ, не связывали их с влиянием флип-флоп переходов. В 1997г были опубликованы экспериментальные результаты Э.Фишера *et al* [3], доказывающие существование спиновой диффузии путём сравнения измеряемых коэффициентов диффузии в расплавах дейтерированных и недейтерированных молекул полиэтиленоксида с молекулярной массой 438 000 дальтон. В 1998г влияние флип-флоп переходов учитывалось в исследованиях М.Комлош и П.Т.Каллахана [4] при измерении диффузии методом стимулированного спинового эха с импульсным градиентом магнитного поля в растворах полистирола с молекулярными массами вплоть до $20 \cdot 10^6$ дальтон. В свете этой новой экспериментальной ситуации требуются дополнительные теоретические исследования обсуждаемой проблемы.

Постоянный градиент магнитного поля нарушает равновесное распределение фаз спинов, что приводит к увеличению времени между флип-флоп переходами. В работах [1,2] градиент магнитного поля учитывается в виде дополнительного множителя в спаде сигнала стимулированного спинового эха. Поскольку диффузионные измерения всегда проводятся в присутствии градиента магнитного поля, необходимо более последовательное изучение его влияния на коэффициент спиновой диффузии.

Цель работы, таким образом, заключается в систематическом исследовании указанных вопросов.

Научная новизна работы состоит в том, что

- Дан микроскопический вывод кинетических уравнений, описывающих процесс спиновой диффузии в расплавах полимеров.
- В приближении Андерсона-Вейса рассчитаны вероятность того, что спин не будет участвовать в течение времени t в межмолекулярных флип-флоп переходах и вероятность того, что спин не будет участвовать в поперечной релаксации в течение времени t для произвольной модели динамики зацепленных полимеров. Эти вероятности возникают при выводе коэффициента спиновой диффузии.
- Получены критерии для оценки влияния постоянного градиента магнитного поля на коэффициент спиновой диффузии.
- Выведены коэффициенты спиновой диффузии для произвольной модели динамики зацепленных полимеров, подробно исследованы случаи модели рептаций и Дважды ренормированной модели Рауза.
- Дана интерпретация доступным экспериментальным данным по построенной теории. Дважды ренормированная модель Рауза дает более реалистичные предсказания некоторых параметров по сравнению с моделью рептаций.



- Произведено исследование параметра, связанного со степенью коррелированности движения различных полимерных сегментов в системе координат центра масс. Для доступных экспериментальных данных коррелированности в движении сегментов не наблюдается.

Практическая значимость.

Данные исследования представляют самостоятельный интерес и могут быть использованы для интерпретации и обработки экспериментальных данных при изучении аномальной диффузии методами ЯМР. Полученные результаты позволяют оценить вклад от флип-флоп переходов и получить коэффициент сегментальной диффузии.

На защиту выносятся положения, сформулированные в выводах.

Апробация работы

Результаты работы представлялись на следующих конференциях: III, V Всероссийская конференция «Структура и динамика молекулярных систем» (1996, 1998 гг., Йошкар-Ола); «3rd International Discussion Meeting on Relaxation in Complex Systems» (Vigo, Spain, 1997); «Joint 29th AMPERE - 13th ISMAR International Conference on Magnetic Resonance and Related Phenomena» (Berlin, Germany 1998); Актуальные проблемы магнитного резонанса и его приложений. Молодежная школа (Казань, 2-5 ноября 1999 г.); II Всероссийский Каргинский симпозиум «Физика и химия полимеров на рубеже XXI века» (Черноголовка, 29-31 мая 2000). «14th Conference of International Society of Magnetic Resonance» (Rhodes, Greece 2001).

Публикация результатов исследования.

По теме диссертации опубликовано две статьи в центральной печати, пять статей в сборниках статей отечественных и зарубежных конференций, два тезиса на зарубежной конференции, два тезиса на отечественных конференциях и школах, одна статья в межвузовском сборнике.

Структура диссертации Диссертация состоит из введения, трёх глав, выводов и списка литературы из 128 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе «Общие сведения о спиновой диффузии» даны общие представления о спиновой диффузии и принципы измерения коэффициентов самодиффузии методом ЯМР, описаны некоторые современные модели динамики макромолекул. По ходу текста сформулированы задачи диссертации. Дано общее представление о теоретическом методе исследования поставленной задачи – формализме проекционных операторов Цванцига-Мори.

Во второй главе «Вывод общего соотношения для коэффициента спиновой диффузии» содержится вывод кинетических уравнений, описывающих динамику поля продольной намагниченности $\hat{\mu}^z(\vec{r})$ в

некотором образце, помещённом в постоянное внешнее, в общем случае, пространственно-неоднородное магнитное поле. В отличие от работ [1,2], в которых использовалась теория возмущений по оператору энергии магнитных диполь-дипольных взаимодействий \hat{V} , наш вывод основан на формализме Цванцига-Мори.

Для решения данной задачи в качестве переменной удобно выбрать коллективную («гидродинамическую») моду $\hat{\mu}^z(\vec{k})$, связанную с полем продольной намагниченности $\hat{\mu}^z(\vec{r})$ пространственным Фурье-преобразованием:

$$\hat{\mu}^z(\vec{r}) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \exp\{-i\vec{k}\vec{r}\} \hat{\mu}^z(\vec{k}) \quad (2)$$

В разделе 2.1 приводится Обобщенное уравнение Ланжевена для гидродинамической моды $\hat{\mu}^z(\vec{k})$. Основной интерес представляет расчет матрицы памяти, содержащей все многочастичные эффекты, выделенный в отдельный раздел 2.2. Матрица памяти содержит, в пренебрежении кросскорреляционными вкладами, два слагаемых. Первое слагаемое связано с трансляционными перемещениями частицы, несущей спин; второе слагаемое является вкладом от перемещений за счет флип-флоп переходов. С использованием суперпозиционного приближения для расщепления многочастичных корреляционных функций, содержащихся в матрице памяти, Обобщенное уравнение Ланжевена для гидродинамической моды получено в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \hat{\mu}^z(\vec{k}, t) = - \sum_{\alpha} k_{\alpha}^2 \int_0^t \tilde{D}_{\alpha\alpha}(\tau) \hat{\mu}^z(\vec{k}, t - \tau) d\tau + \hat{f}^{zQ}(\vec{k}, t), \quad (3)$$

$$\text{где } \tilde{D}_{sp}^{\alpha\alpha}(t) \equiv \tilde{D}_{tr}(t) + \tilde{D}_{fl}^{\alpha\alpha}(t), \quad (4)$$

$$\tilde{D}_{tr}(t) = \frac{1}{3} \langle \vec{V}^Q(t) \vec{V}(0) \rangle \left[P_{fl}(t) + \frac{2-\alpha}{2} (1 - P_{fl}(t)) \right], \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{fl}^{\alpha\alpha}(t) = & \frac{1}{12} I(I+1) \gamma^4 \hbar^2 P_2^2(t) \times \\ & \times \sum_m \langle L_{km}^{ZZQ}(t) r_{km}^{Q\alpha}(t) L_{km}^{ZZ}(0) r_{km}^{\alpha}(0) \exp\{i\varphi_{km}(t)\} \rangle_{eq}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$L_{km}^{ZZ} = \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}}{r_{km}^3}, \quad \langle \vec{V}^Q(t) \vec{V}(0) \rangle - \text{ автокорреляционная функция скорости-}$$

скорость, α - параметр, определяющий коррелированность движения различных сегментов относительно центра масс молекулы. В случае полностью коррелированного движения $\alpha=0$, в случае полностью некоррелированного движения $\alpha=2$. Фаза $\varphi_{km}(t) \equiv \gamma \vec{g}_{km}(t)t$ появляется под влиянием постоянного градиента магнитного поля \vec{g} .

Вероятности

$$P_1(t) \equiv \frac{\langle \hat{I}_m^{ZQ}(t) \hat{I}_m^Z \rangle_{cq}}{\langle (\hat{I}_m^Z)^2 \rangle_{cq}} \quad \text{и} \quad (7)$$

$$P_2(t) \equiv \frac{\langle \hat{I}_m^{+Q}(t) \hat{I}_m^- \rangle_{cq}}{\langle \hat{I}_m^+ \hat{I}_m^- \rangle_{cq}} \quad (8)$$

описывают степень участия данного спина в флип-флоп процессе и спин-спиновой релаксации соответственно.

Далее, в разделе 2.3 рассматривается Обобщенное уравнение Ланжевена для поля продольной намагниченности $\hat{\mu}^Z(\vec{r}, t)$ в двух различных приближениях в зависимости от интересующего нас диапазона времен.

В марковском приближении, используя Фурье-преобразование, получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\mu}^Z(\vec{r}, t) = \sum_{\alpha} D_{sp}^{\alpha\alpha} \frac{\partial^2}{\partial r_{\alpha}^2} \hat{\mu}^Z(\vec{r}, t) + \hat{f}^{ZQ}(\vec{r}, t). \quad (9)$$

где

$$D_{sp}^{\alpha\alpha} = \int_0^{\infty} \tilde{D}_{sp}^{\alpha\alpha}(\tau) d\tau. \quad (10)$$

Коэффициенты $D_{sp}^{\alpha\alpha}$ образуют компоненты, вообще говоря, анизотропного тензора спиновой диффузии. Тензор спиновой диффузии, в соответствии с соотношениями (4) и (10), содержит два вклада:

$$D_{sp}^{\alpha\alpha} = D_{tr} + D_{fl}^{\alpha\alpha}, \quad (11)$$

Вклад

$$D_{tr} = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} dt \langle \bar{V}^Q(t) \bar{V}(0) \rangle_{cq} \left[P_{fl}(t) + \frac{2-\alpha}{2} (1 - P_{tr}(t)) \right]. \quad (12)$$

описывает перемещение кванта спиновой поляризации за счёт трансляционного перемещения соответствующей молекулы, вклад

$$D_{fl}^{\alpha\alpha} = \frac{1}{12} I(I+1) \gamma^4 \hbar^2 \times \int_0^{\infty} dt P_2^2(t) \sum_m \langle L_{km}^{ZQ}(t) r_{km}^{Q\alpha}(t) L_{km}^{ZZ}(0) r_{km}^{\alpha}(0) \exp\{i\varphi_{km}(t)\} \rangle_{cq} \quad (13)$$

перемещение за счёт флип-флоп скачков.

Для систем с медленными движениями характерными временами затухания динамических корреляционных функций, содержащихся в $\tilde{D}_{tr}(t)$ и $\tilde{D}_{fl}^{\alpha\alpha}(t)$, будут времена между флип-флоп скачками τ_f и время

поперечной релаксации T_2 , соответственно. Условие $t \gg T_2$ для диффузионных измерений методом ССЭ выполняется всегда, т.е. для флип-флоп вклада можно ограничиться выражением (13). Время $\tau = 0.1$ нс в жидкофазных полимерах [1] одного порядка с временами эксперимента, поэтому для трансляционного вклада возникает необходимость в квазимарковском приближении:

$$D_v^* = \frac{1}{t} \int_0^t \tilde{D}_v(\tau)(t-\tau)d\tau =$$

$$= \frac{\langle r^2(t) \rangle}{6t} + \frac{\alpha \langle r^2(t) \rangle}{6t} (P_n(t) - 1) + \frac{\alpha}{12} \int_0^t d\tau \langle r^2(\tau) \rangle \frac{d^2}{d\tau^2} P_n(\tau) -$$

$$- \frac{\alpha}{12t} \int_0^t d\tau \langle r^2(\tau) \rangle \left(2 \frac{d}{d\tau} P_n(\tau) + \tau \frac{d^2}{d\tau^2} P_n(\tau) \right) \quad (14)$$

Соотношения (9)-(14) составляют главный результат первой главы. Они в достаточно общей форме решают проблему спиновой диффузии в конденсированных средах.

Положим для простоты $\alpha=2$. Выражение для D_v напоминает формулу Кубо-Грина для коэффициента самодиффузии

$$D_{sd} = \frac{1}{3} \int_0^\infty dt \langle \tilde{V}(t) \tilde{V}(0) \rangle_{eq} \quad (15)$$

Имеющиеся отличия сводятся к двум пунктам. Во-первых, динамическая автокорреляционная функция $\langle \tilde{V}^Q(t) \tilde{V}(0) \rangle_{eq}$ определяется «проеекционным» оператором эволюции $\exp\{\hat{Q}\hat{L}t\}$, в то время как в соотношении (15) автокорреляционная функция $\langle \tilde{V}(t) \tilde{V}(0) \rangle_{eq}$ определяется полным оператором эволюции $\exp\{\hat{L}t\}$. Во-вторых, формула (12), в отличие от (15), в подынтегральном выражении содержит дополнительный динамический фактор $P_n(t)$ - вероятность того, что в течение времени t рассматриваемый спин системы не участвовал в межмолекулярных флип-флоп процессах.

Первое отличие несущественно, поскольку оператор \hat{Q} проектирует динамические величины на подпространство, ортогональное к набору наблюдаемых спиновых величин, и включающее в себя любые чисто решёточные динамические переменные. Теплоёмкость спиновой системы при обсуждаемых температурах много меньше теплоёмкости решётки, поэтому любые кинетические процессы, протекающие в спиновой подсистеме, практически не влияют на динамику решётки. Это позволяет в соотношении (12) положить $\tilde{V}^Q(t) \equiv \tilde{V}(t)$, т.е. аппроксимировать «проеекционную» динамику реальной. Во многих случаях, таких, как вывод

уравнения теплопроводности, гидродинамических уравнений, самодиффузии и т.д. строго доказывається, что т.н. самосогласованное приближение $\exp\{\hat{O}\hat{L}t\} \approx \exp\{\hat{L}t\}$ является асимптотически точным в пределе малых волновых векторов или больших времен.

Второй фактор $P_{fl}(t)$ при определённых обстоятельствах играет принципиальную роль. Среднее время флип-флоп прыжка определим соотношением:

$$\tau_f \equiv \int_0^{\infty} P_{fl}(t) dt \quad (16)$$

Автокорреляционная функция $\langle \hat{V}(t) \hat{V}(0) \rangle_{eq}$ при временах $t \gg \tau_{max}$ убывает достаточно быстро и в соответствии с формулой (15), главный вклад в коэффициент D_{sd} при интегрировании по времени дают времена $t \sim \tau_{max}$.

В случае низкомолекулярных жидкостей, или полимерных систем с $N < N^*$, $\tau_{max} \ll \tau_f$ и в соотношении (12) можно медленно меняющуюся функцию $P_{fl}(t)$ при $t \ll \tau_f$ положить $P_{fl}(t) \equiv 1$. Следовательно, в обсуждаемом пределе соотношение (12) практически не отличается от соотношения (15).

В другом предельном случае $\tau_{max} \gg \tau_f$, $N > N^*$, выражение (12) можно оценить как

$$D_{tr} \equiv \frac{1}{6} \frac{\langle r^2(\tau_f) \rangle_{eq}}{\tau_f} \quad (17)$$

Таким образом, мы получаем первое слагаемое в соотношении (1), выведенное ранее на основе метода матрицы плотности во втором порядке теории возмущений по оператору диполь-дипольных взаимодействий и приводящему к неравенству $D_{sp} \geq D_{tr} \gg D_{sd}$ для полимерных систем с $N > N^*$.

Выражение (13) является, по существу, микроскопическим выражением второго слагаемого в формуле (1), ранее введённого на основе феноменологических соображений.

Дальнейшие расчёты величин D_{tr} и D_{fl}^{aa} требуют детального рассмотрения как ряда аспектов межмолекулярной спиновой кинетики, содержащихся в величинах $P_{fl}(t)$ и $P_2(t)$, так и специфических черт существующих динамических моделей полимерных систем.

Эти вопросы рассматриваются в третьей главе «Расчет коэффициента спиновой диффузии для произвольной модели динамики зацепленных полимеров».

В разделах 3.1 и 3.2 в приближении Андерсона-Вейса получены следующие выражения для вероятностей $P_{fl}(t)$ и $P_2(t)$:

$$P_{r1} = \exp \left\{ -\frac{\gamma^4 \hbar^2}{8} \int_0^t d\tau (t - \tau) \Theta_1(\tau) \right\} \quad (18)$$

$$P_2 \cong \exp \left\{ -\frac{\gamma^4 \hbar^2}{4} \int_0^t d\tau (t - \tau) \Theta_2(\tau) \right\} \quad (19)$$

где

$$\Theta_1(\tau) = \sum_m \left\langle \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}(\tau)}{r_{km}^3(\tau)} \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}(0)}{r_{km}^3(0)} \exp\{i\gamma \bar{g} \bar{r}(\tau) \tau\} \right\rangle \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Theta_2(\tau) = & \sum_m \left\langle \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}(\tau)}{r_{km}^3(\tau)} \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}(0)}{r_{km}^3(0)} \right\rangle + \\ & + \frac{1}{4} \sum_m \left\langle \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}(\tau)}{r_{km}^3(\tau)} \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}(0)}{r_{km}^3(0)} \exp\{i\gamma \bar{g} \bar{r}(\tau) \tau\} \right\rangle \end{aligned} \quad (21)$$

В пределе малых градиентов $\bar{g} \rightarrow 0$ и волновых векторов $k \rightarrow 0$, с учетом только межцепочечных корреляций, расчет корреляционных функций (20) и (21) дает:

$$\Theta_1(\tau, 0) = \frac{16}{15\alpha} \sqrt{\frac{6\pi}{\alpha}} \frac{\rho_s}{\langle r^2(\tau) \rangle^{3/2}} \quad (22)$$

$$\Theta_2(\tau, 0) = \frac{5}{4} \Theta_1(\tau, 0) \quad (23)$$

Хотя диполь-дипольные корреляционные функции (19) и (20) описывают затухание различных компонент спинного оператора, с точностью до множителя они совпадают: $\Theta_1, \Theta_2 \propto \rho_s \langle r^2(t) \rangle^{-3/2}$.

В большинстве экспериментов градиент магнитного поля \bar{g} направлен вдоль постоянного внешнего поля (ось z в общепринятой ЛСК). Тогда, в пределе больших градиентов $\bar{g} \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \Theta_1(\tau, q) \cong & \frac{6}{\alpha} \sqrt{\frac{6\pi}{\alpha}} \frac{\rho_s}{\langle r^2(\tau) \rangle^{3/2}} \times \\ & \times \left\{ \frac{8}{5} \frac{1}{q^2(\tau) \alpha \langle r^2(\tau) \rangle} - \frac{264}{7} \frac{1}{q^4(\tau) \alpha^2 \langle r^2(\tau) \rangle^2} + \frac{216}{q^6(\tau) \alpha^3 \langle r^2(\tau) \rangle^3} \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\Theta_2(\tau, q) \cong \Theta_1(\tau, 0) + \frac{1}{4} \Theta_1(\tau, q) \quad (25)$$

где $\bar{q} = \gamma \bar{g} t$ - волновой вектор, наведенный постоянным градиентом.

Аналогичный расчет проводится в разделе 3.3 для бинарной корреляционной функции

$$S^{\sigma\sigma}(\tau) = \sum_m \left\langle \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}^Q(\tau)}{r_{km}^{Q3}(\tau)} r_{km}^{Q\sigma}(\tau) \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{km}(0)}{r_{km}^3(0)} r_{km}^{\sigma}(0) \exp\{i\varphi(\tau)\} \right\rangle, \quad (26)$$

содержащейся в (13). Получено:

$$S^z(\tau, 0) = \frac{128}{105} \sqrt{\frac{6\pi}{\alpha}} \frac{\rho_s}{\langle r^2(\tau) \rangle^{1/2}} \quad (27)$$

$$S^{zz}(\tau, q) \cong \frac{27}{4} S^z(\tau, 0) \left\{ -\frac{12}{q^4(\tau) \alpha^2 \langle r^2(\tau) \rangle^2} + \frac{200}{q^6(\tau) \alpha^3 \langle r^2(\tau) \rangle^3} \right\}, \quad (28)$$

x-, y- компоненты тензора $S^{\sigma\sigma}$ получаются умножением S^{zz} на 9/64.

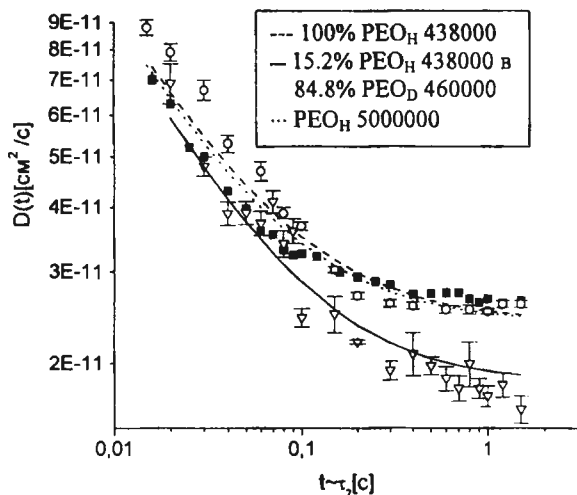


Рис.1. Эффективный коэффициент диффузии для образцов 100% PEO_H 438 000 (■), 15.2% PEO_H 438 000 + 84.8% PEO_D 460 000 (▼) и PEO 5 000 000 (□) как функция от времени диффузии $t - \tau_1$. Линии представляют собой теоретические кривые по параметрам α и τ_1 для случая Дважды ренормированной модели Рауза.

В случае $\bar{g} = 0$ выражения (22), (23) и (27) точные. Для случая $\bar{g} \neq 0$ мы ограничились пределом $\bar{g} \rightarrow \infty$ с точностью до $(k/q)^7$ (выражения (24), (25) и (28)).

Интересующий нас режим аномальной диффузии можно задать общей для различных моделей динамики зацепленных полимеров формулой

$$\langle r^2(t) \rangle = K t^n \quad (29)$$

где $K \propto b^2 N^{-m} \tau_s^{-n}$, b – длина сегмента Куна, N – число сегментов Куна, τ_s – сегментальное время релаксации и m, n определяются деталями модели динамики. Используя (29), окончательно получаем выражения для

вероятностей $P_n(t)$, $P_2(t)$ для случая произвольной динамики зацепленных полимеров:

$$P_{f1}(0, t) = \exp \left\{ - \left(\frac{t}{\tau_f^0} \right)^{\frac{4-3n}{2}} \right\} \quad (30)$$

$$P_{f1}(g, t) \cong \exp \left\{ - \frac{t}{\tau_f^g} \right\} \quad (31)$$

$$P_2^2(0, t) = \exp \left\{ - \left(\frac{t}{T_2^*} \right)^{\frac{4-3n}{2}} \right\} \quad (32)$$

$$P_2^2(g, t) \cong \exp \left\{ - \frac{4}{5} \left(\frac{t}{T_2^*} \right)^{\frac{4-3n}{2}} \right\} \exp \left\{ - \frac{1}{5} C_1 \tilde{g}^{\frac{2-3n}{2+n}} \frac{t}{T_2^*} \right\} \quad (33)$$

где $\tau_f^g = B \tau_f^0 \tilde{g}^{\frac{2-3n}{2+n}}$ - время между флип-флоп переходами в пределе

большого градиента магнитного поля, $\tilde{g} = \gamma g \tau_f^0 \sqrt{\frac{\alpha}{2} \langle r^2(\tau_f^0) \rangle}$,

$\tilde{g} = \gamma g T_2^* \sqrt{\frac{\alpha}{2} \langle r^2(T_2^*) \rangle}$ - безразмерные градиенты магнитного поля, τ_f^0 -

время между флип-флоп переходами в отсутствии градиента магнитного поля; B - константа порядка 0.5, C_1 - константа порядка 2, зависящие от n ;

$T_2^* = 5^{-\frac{2}{4-3n}} \tau_f^0$ - эффективное время спин-спиновой релаксации данного спина.

Оценки для расплавов полиэтиленоксида с молекулярными массами 438 000 и 5 000 000 дают, что градиент магнитного поля $g=60$ Тл/м сильно влияет на вероятность $P_n(t)$ и практически не влияет на вероятность $P_2^2(t)$, это же касается соответствующих диполь-дипольных корреляционных функций (20) и (21). Данное различие вызвано тем, что корреляционные функции имеют различную физическую природу. По определению, $P_n(t)$ описывает затухание z -компоненты спинового оператора, которое может происходить через процессы флип-флоп переходов и спин-решеточной релаксации, последней можно пренебречь на рассматриваемых временах. Под действием градиента магнитного поля спины поворачиваются на различные углы в зависимости от своего пространственного положения, и число взаимных переворотов уменьшается. Затухание z -компоненты замедляется, что формально отражается в переходе от соотношения (30) к (31) для вероятности $P_n(t)$ или в переходе от (22) к (24) для соответствующей корреляционной функции. Вероятность $P_2^2(t)$ описывает

затухание поперечных компонент спинового оператора, которое происходит за времена $T_2^* \ll \tau_r$, и $P_2^2(t)$ не должно подвергаться сильному влиянию флип-флоп переходов. Поэтому в последующих расчетах мы пренебрегаем зависимостью $P_2^2(t)$ от величины градиента.

В разделах 3.4 и 3.5 в марковском приближении получены следующие выражения для вкладов в коэффициент спиновой диффузии:

$$D_{ir}(\tilde{g}) = \frac{2-\alpha}{2} D_{cm} + \frac{\alpha n \Gamma\left(\frac{2-n}{4-3n}\right)}{12} \frac{\langle r^2(\tau_r) \rangle}{\tau_r} = \tilde{g} \leq \tilde{g}_r^* \quad (34)$$

$$= \frac{2-\alpha}{2} D_{cm} + D_{ir}(\tilde{g}=0),$$

$$D_{ir}(\tilde{g}) = \frac{2-\alpha}{2} D_{cm} + \frac{C_1^{1-n} \Gamma(n)}{\Gamma\left(\frac{2-n}{4-3n}\right)} D_{ir}(\tilde{g}=0) \tilde{g}^{-\frac{(2-3n)(1-n)}{2+n}}, \quad \tilde{g} \geq \tilde{g}_r^* \quad (35)$$

$$D_{ri}^{zz}(\tilde{g}) = \Gamma\left(\frac{2-n}{4-3n}\right) \frac{16}{105(4-3n)} \sqrt{\frac{6\pi}{\alpha}} \frac{\gamma^4 \hbar^2 \rho_s T_2^*}{\langle r^2(T_2^*) \rangle^{1/2}} = D_{ri}^{zz}(\tilde{g}=0), \quad \tilde{g} \leq \tilde{g}_n^* \quad (36)$$

$$D_{ri}^{zz}(\tilde{g}) = C D_{ri}^{zz}(\tilde{g}=0) \tilde{g}^{\frac{2-n}{2+n}}, \quad \tilde{g} \geq \tilde{g}_n^* \quad (37)$$

где Γ – Гамма-функция, $D_{cm} = \frac{1}{3} \int_0^\infty dt \langle \tilde{v}(t) \tilde{v}(0) \rangle$, \tilde{g}_r^* – корень уравнения

$D_{ir}(\tilde{g}_r^*) = 0 = D_{ir}(\tilde{g}_r^*)$, \tilde{g}_n^* – корень уравнения $D_{ri}^{zz}(\tilde{g}_n^*) = D_{ri}^{zz}(\tilde{g}_n^*) = 0$, C – численный множитель порядка 2, определяемый выбранной моделью динамики.

В неявном виде вклады D_{ir} и D_{ri} зависят от спиновой плотности как

$$D_{ir}, D_{ri} \propto \rho_s^{\frac{2(1-n)}{4-3n}} \quad (38)$$

в пределе малых градиентов. В пределе больших градиентов зависимость вклада D_{ri} более сильная:

$$D_{ir} \propto \rho_s^{\frac{2(1-n)}{4-3n} + \frac{(2-3n)(1-n)}{4-3n}} \quad (39)$$

$$D_{ri} \propto \rho_s^{\frac{2(1-n)}{4-3n} + \frac{2-n}{4-3n}} \quad (40)$$

Полученное нами выражение (34) с точностью до численного множителя совпадает с оценками, полученными в работе [3].

Сравнивая корни уравнений $D_{ir}(\tilde{g}_r^*) = 0 = D_{ir}(\tilde{g}_r^*)$, $D_{ri}^{zz}(\tilde{g}_n^*) = D_{ri}^{zz}(\tilde{g}_n^*) = 0$ с экспериментальными параметрами, можно оценить степень влияния градиента на различные вклады в коэффициент спиновой диффузии. Оценки переходного значения градиента магнитного поля дают

$g=290\text{Тл/м}$ для \tilde{g}_{H}^* , и $g=3\text{Тл/м}$ для \tilde{g}_{H}^* . Здесь мы использовали Дважды ренормированную модель Рауза и $\tau_f=0.1\text{с}$, $T_2^*=0.002\text{с}$. Таким образом, в типичных экспериментальных ситуациях постоянный градиент магнитного поля может достаточно сильно влиять на трансляционный вклад (12), (14) и незначительно на вклад (13).

В разделе 3.6 представлены результаты (34)-(37) для случаев модели репаций и Дважды ренормированной модели Рауза.

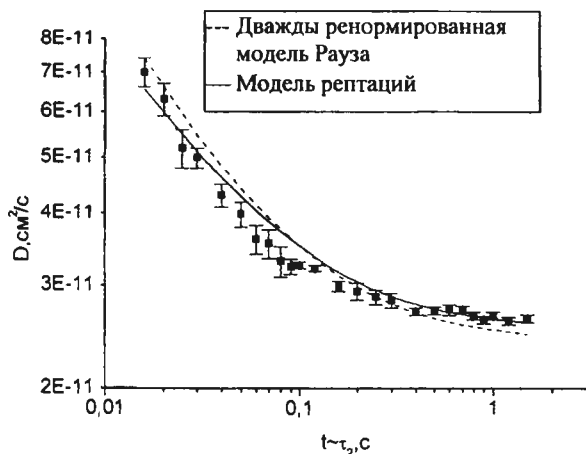


Рис.2. Эффективный коэффициент диффузии 100% РЕО_H $M_w=438\ 000$ при 80°C как функция времени диффузии $t \approx \tau_2$. Линии представляют собой теоретические кривые по свободным параметрам τ_f и σ .

В разделе 3. 7 по построенной теории интерпретируются существующие экспериментальные данные [3,5], полученным Э.Фишером *et al.* В этих работах исследовались два недеиетерированных образца полиэтиленоксида с весовыми молекулярными массами $M_w=438\ 000$ и $M_w=5\ 000\ 000$ с полидисперсностью $M_w/M_n < 1.2$ (РЕО $M_w=438\ 000$: $\tau_d=0.6\text{с}$ и РЕО_H $M_w=5\ 000\ 000$ соответственно). Для обнаружения влияния флип-флоп переходов дополнительно была исследована смесь, состоящая из 15.2% недеиетерированного полиэтиленоксида $M_w=438\ 000$ и 84.8% дейтерированного РЕО $M_w=460\ 000$ (полидисперсность $M_w/M_n < 1.4$) со степенью дейтерирования 99% (15.2% РЕО_H $M_w=438\ 000$ в 84.8% РЕО_D $M_w=460\ 000$). Хроматографический контроль по молекулярно-массовому распределению проводился до и после диффузионных измерений, таким образом, разрушение цепей исключается. Диффузионные измерения проводились при температуре 80°C (температура плавления полиэтиленоксида – 61°C). Использовался метод стимулированного спинного эха с постоянным краевым градиентом магнитного поля (supercon fringe steady gradient) до $60\ \text{Тл/м}$ при резонансной частоте для протонов 200МГц .

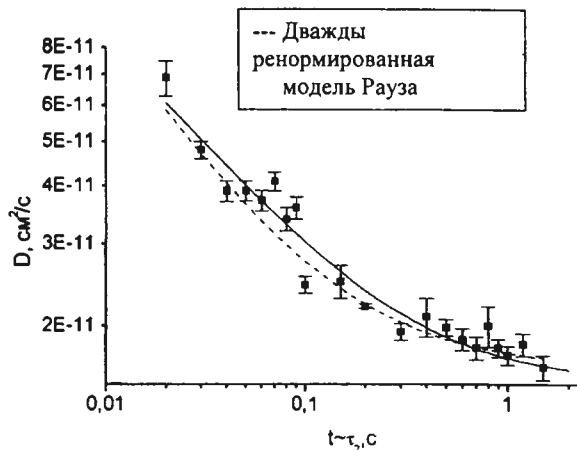


Рис.3.
Эффективный
коэффициент
диффузии 15.2%
PEO_H 438 000 в
84.8% PEO_D 460000
при 80 °C как
функция времени
диффузии $t \approx \tau_2$.
Линии
представляют
собой
теоретические
кривые по
свободным
параметрам τ_f и σ .

В качестве модели динамики полимерной цепи нами выбраны модель рептаций [6] и Дважды ренормированная модель Рауза [7]. В работе [5] использовалась модель рептаций. В качестве свободных параметров в ней были выбраны параметры $\sigma = \langle R_F^2 \rangle / M_w$ (R_F – радиус Флори) и τ_f ($\alpha=2$). Фитинг дал удовлетворительные значения для параметра $\tau_f = 0.1 \pm 0.3$ с. Значения для параметра σ оказались $\sigma = 5 \pm 8 \cdot 10^{-20}$ м²моль/г. В этой работе также производилась подгонка по амплитуде стимулированного спинного эхо с использованием модели рептаций, в этом случае единственным свободным параметром является σ . Результаты $\sigma = 5 \pm 25 \cdot 10^{-20}$ м²моль/г оказались завышенными по сравнению с данными, известными из эксперимента по нейтронному рассеянию $\sigma = 1.01 \cdot 10^{-20}$ м²моль/г.

Оценки для модели рептаций дают, что на временах эксперимента наблюдаются режимы III и IV для PEO $M_w = 438\,000$: $\tau_d = 0.6$ с и $\tau_R = 10^{-3}$ с; и II и III режимы для PEO_H $M_w = 5\,000\,000$, поскольку в этом случае $\tau_d = 900$ с, $\tau_R = 0.1$ с. Исходя из этих оценок мы видим, что плато на рисунках рис.1-4 для образцов PEO_H $M_w = 438\,000$ и PEO_H $M_w = 5\,000\,000$ обусловлено вкладом флип-флоп процессов. В случае 15.2% PEO_H $M_w = 438\,000$ в 84.8% PEO_D $M_w = 460\,000$ влияние флип-флоп переходов уменьшено, и плато практически соответствует выходу в режим нормальной диффузии в модели рептаций.

В Дважды ренормированной модели Рауза максимальное время релаксации $\tau_1^{TRR} \approx 2$ с для $M_w = 438\,000$ и $\tau_1^{TRR} \approx 3 \cdot 10^3$ с для $M_w = 5\,000\,000$, т.е. согласно Дважды ренормированной модели Рауза, выход в режим

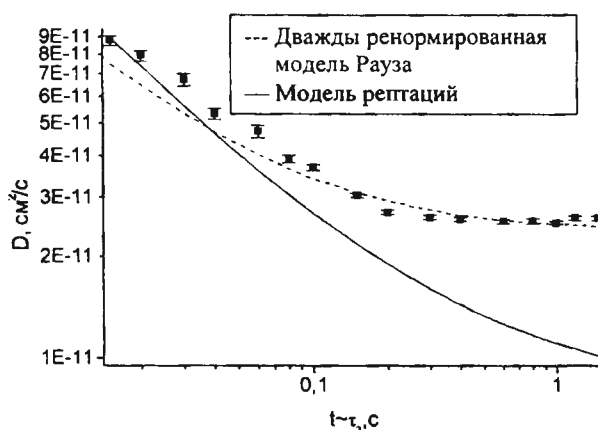


Рис. 4.
Эффективный коэффициент диффузии РЕО 5 000 000 при 80 °С как функция времени диффузии $t \approx \tau_2$.
Линии представляют теоретические кривые по свободным параметрам τ_f и σ .

нормальной диффузии на доступных экспериментальных временах не может наблюдаться и наблюдаемое плато обусловлено влиянием флип-флоп процессов.

Оценка степени влияния постоянного градиента магнитного поля на результаты измерений дает следующие результаты. Для режима III модели рептации $\tilde{g} = 46 > \tilde{g}_r^*$, $\tilde{g} = 0.4 < \tilde{g}_n^*$. Для Дважды ренормированной модели Рауза также $\tilde{g} = 52 > \tilde{g}_r^*$, $\tilde{g} = 0.7 < \tilde{g}_n^*$. Здесь мы используем приближительные экспериментальные значения для времен $\tau_f = 0.1$ с и $T_2^* = 2.5$ мс, поскольку эти величины также могут зависеть от градиента магнитного поля. Таким образом, мы видим, что влияние постоянного градиента магнитного поля сильное на вклад D_r и незначительное на вклад D_n^z .

Оценки характерного времени между флип-флоп переходами в присутствии сильного градиента магнитного поля дают: $\tau_f^q = 3.3$ с для модели рептации и $\tau_f^q = 0.09$ с для Дважды ренормированной модели Рауза. Дважды ренормированная модель Рауза дает более реалистичные значения этого параметра.

Марковское приближение для слагаемого D_n^z справедливо. Для вклада D_r возникает необходимость использовать квазимарковское приближение, для которого имеем:

$$D_r(t) = \frac{\alpha K t^n}{12} e^{-t/\tau_f} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{\tau_f} \right) + \frac{\alpha K \tau_f^n}{12} \left(\frac{1}{\tau_f} + \frac{1-n}{t} \right) \gamma(n+1; \frac{t}{\tau_f}), \quad (41)$$

где $\gamma(\alpha, x)$ – неполная гамма-функция.

Исследуем параметры α и τ_f , считая σ равным $1.01 \cdot 10^{-20}$ м² моль/г, по Дважды ренормированной модели Рауза. Фитинг проводился методом

наименьших квадратов с весовыми долями различных точек в зависимости от среднеквадратичной ошибки с использованием программных пакетов Origin и MATLAB.

При приближении по всему диапазону значений были получены значения τ_f , близкие к ожидаемым, параметр α для всех образцов оказался практически равным 2. Результаты приведены в таблице (таб.1) и на рисунке (рис.1).

Поскольку $\alpha \approx 2$, мы зафиксировали этот параметр и провели подгонку по свободным параметрам τ_f и σ . Результаты приведены в таблице (таб.2) и на рисунках (рис.2-4). Для сравнения приведены значения τ_f и σ , полученные в работе [5] для модели рептайи. В Дважды ренормированной модели Рауза таких сильных расхождений по параметру σ , как в модели рептайи, не наблюдается.

Таб.1

Образец	α	τ_f с	D^{zz} ($10^{-15} \text{ м}^2/\text{с}$)	$D^{zz}(\tau_f)$ ($10^{-15} \text{ м}^2/\text{с}$)
100% PEO _H 438 000	2±0.6	0.15±0.02	1.7	3.2
15.2% PEO _H 438 000 в 84.8% PEO _D 460 000	1.9±0.2	0.16±0.03	0.82	2.3
PEO 5 000 000	2±0.8	0.11±0.03	2.1	3.7

В обеих таблицах третий столбец представляет собой коэффициент спиновой диффузии (11), вычисленный по формулам (35), (36) с использованием результатов фитинга, не зависящий от времени. Последний столбец – это коэффициент спиновой диффузии (11) в момент времени τ_f , вычисленный по формулам (41), (36).

Таб.2

Дважды ренормированная модель Рауза	σ ($10^{-20} \text{ м}^2 \text{ моль/г}$)	τ_f с	D^{zz} ($10^{-15} \text{ м}^2/\text{с}$)	$D^{zz}(\tau_f)$ ($10^{-15} \text{ м}^2/\text{с}$)
100% PEO _H 438 000	0.66±0.03	0.101 ±0.004	2	3.4
15.2% PEO _H 438 000 в 84.8% PEO _D 460 000	1.08±0.08	0.18±0.03	0.75	2.2
PEO 5 000 000	1.2±0.1	0.13±0.01	1.6	3.2
Модель Трубы/рептайи.				
100% PEO _H 438 000	4.5±0.5	0.11±0.01	2.69	4.12
15.2% PEO _H 438 000 в 84.8% PEO _D 460 000	6±1	0.27±0.03	2.27	2.5
PEO 5 000 000	8.1±0.4	0.12±0.02	1.93	2.42

ВЫВОДЫ

- 1) Методом проекционных операторов Цванцига-Мори с использованием суперпозиционного приближения для расщепления многочастичных корреляционных функций получено интегро-дифференциальное уравнение, описывающее процессы спиновой диффузии в системе, помещённой в постоянное пространственно-неоднородное внешнее магнитное поле. В марковском и квазимарковском приближении выведено общее соотношение для тензора спиновой диффузии. Коэффициент спиновой диффузии содержит два вклада. Первый вклад отвечает за трансляционные смещения спина вместе с соответствующей молекулой и отличается от известной формулы Кубо-Грина наличием в подынтегральном выражении дополнительного множителя – вероятности для спинов молекул не участвовать в течение времени t в межмолекулярных флип-флоп переходах. Второй вклад, связанный с межмолекулярными флип-флоп процессами, представлен в виде интеграла по времени от межмолекулярных диполь-дипольных динамических корреляционных функций и содержит вероятность того, что спин не будет участвовать в поперечной релаксации в течение времени t . В конечные выражения входит параметр, характеризующий степень коррелированности движения сегментов с различных цепей.
- 2) Рассчитаны межмолекулярные диполь-дипольные динамические корреляционные функции, содержащиеся в выражении для коэффициента спиновой диффузии. В приближении Андерсона-Вейса получены вероятность того, что спин не будет участвовать в течение времени t в межмолекулярных флип-флоп переходах и вероятность того, что спин не будет участвовать в поперечной релаксации в течение времени t для произвольной модели динамики зацепленных полимеров.
- 3) Выведены коэффициенты спиновой диффузии для произвольной модели динамики зацепленных полимеров, подробно исследованы случаи модели рептаций и Дважды ренормированной модели Рауза.
- 4) Изучено влияние постоянного градиента магнитного поля на процесс спиновой диффузии в пределе больших и малых градиентов. Градиент магнитного поля уменьшает влияние флип-флоп процессов на измеряемый коэффициент диффузии.
- 5) По построенной теории исследованы экспериментальные данные ЯМР спиновое эхо для расплавов полиэтиленоксида с молекулярными массами $M_n=438\,000$ и $M_w=5\,000\,000$. Отношение радиуса Флори цепочки к её молекулярной массе, полученное на основе модели рептаций, не согласуется с литературными данными. При использовании Дважды ренормированной модели Рауза такого расхождения не наблюдается.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Г.А.Яценко Влияние диполь-дипольных корреляций на амплитуду стимулированного спинового эха с импульсным градиентом магнитного поля в системах с медленными движениями // III Всероссийская Конференция "Структура и динамика молекулярных систем", 1996, сб.статей, ч.2, стр.32;
2. N.Fatkullin, G.Yatsenko, R.Kimmich, E.Fisher Theory of spin-diffusion in polymer melts // 3rd International Discussion Meeting on Relaxation in Complex Systems, Vigo, Spain, 30 June-11 July, 1997.- Vigo, Spain: Universidad de Vigo, 1997.-Poster III-14;
3. Н.Ф.Фаткуллин, Г.А.Яценко, Р.Киммич, Э.Фишер Теория спиновой диффузии в жидкофазных полимерных системах // ЖЭТФ.- 1998.- Т.114.- С.538-554;
4. Г.А.Яценко, Н.Ф.Фаткуллин, Э.Фишер, Р.Киммич, Коэффициент спиновой диффузии в полимерных расплавах в присутствии постоянного градиента магнитного поля // V Всероссийская Конференция "Структура и динамика молекулярных систем", 1998, сб.статей, ч.3, стр.46;
5. N.Fatkullin, E.Fischer, G.Yatsenko, R.Kimmich Spin Diffusion in Polymer Melts // Magnetic resonance and related phenomena, Joint 25th AMPERE-13th ISMAR International Conference, Berlin, August 2-7, 1998.- Berlin: Technische Universitaet Berlin, 1998.- V.1.- P.242;
6. G.Yatsenko, N.Fatkullin, E.Fischer, R.Kimmich The effect of a Magnetic Field Gradient on the Spin-Diffusion Coefficient in Polymer Melts // Magnetic resonance and related phenomena, Joint 25th AMPERE-13th ISMAR International Conference, Berlin, August 2-7, 1998.- Berlin: Technische Universitaet Berlin, 1998.- V.1.- P.499;
7. Н.Ф.Фаткуллин, К.В.Фенченко, Г.А.Яценко, Р.Киммич ЯМР в зацепленных полимерных системах // Актуальные проблемы магнитного резонанса и его приложений. Молодежная школа, Казань, 2-5 ноября 1999г.- Казань: Актуальные проблемы магнитного резонанса и его приложений. Молодежная школа. Лекционные заметки. Учебно-методическая разработка, 1999.- С.20-21;
8. E.Fischer, R.Kimmich, N.Fatkullin, G.Yatsenko Segment diffusion and flip-flop spin diffusion in entangled polyethyleneoxide melts: A field-gradient NMR diffusometry study// Phys.Rev.E.- 2000.- V.62, N.1.- P.775-789;
9. Г.А.Яценко, Н.Ф.Фаткуллин, Э.Фишер, Р.Киммич Исследование коэффициента спиновой диффузии в расплавах полиэтиленоксида с большими молекулярными массами // II Всероссийский Каргинский симпозиум Химия и физика полимеров в начале XXI века, Черногловка, 29-31 мая 2000г.- Черногловка: РАН, 2000.- Ч.2.- С4-103;

- 9-
10. K.Fenchenko, N.Fatkullin, G.Yatsenko, S.Vladimirov NMR in entangled polymer melts: coming out of the frame of Anderson-Weiss approximation // 30th Congress Ampere on Magnetic Resonance and Related Phenomena, Lisbon, Portugal, 23-28 July 2000.- Lisbon: Calouste Gulbenkian Foundation, 2000.- O-17;
 11. Яценко Г.А., Фаткуллин Н.Ф., Фишер Э., Киммих Р. Изучение коэффициента спиновой диффузии в расплавах зацепленных полимеров // Физико-химия полимеров. Синтез, свойства и применение. Выпуск 7. Тверь 2001;
 12. Yatsenko G., Fatkullin N., Fischer E., Kimmich R. Investigation of spin diffusion coefficient in polyethyleneoxide melts // 14th Conference of International Society of Magnetic Resonance, Rhodes, Greece, 19-23 August 2001. Book of abstracts, p.33.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Н.Ф.Фаткуллин Теория стимулированного спинового эха в полимерных системах // ЖЭТФ, 99, 1013 (1991).
2. Фаткуллин Н.Ф. К теории спин-решеточной релаксации и диффузионного затухания стимулированного спинового эхо в полимерных системах и неоднородных средах // Диссертация на соискание уч. ст. д.ф.м.н., Казань, 1994.
3. E.Fischer, R.Kimmich, N.Fatkullin, Spin diffusion in polymer melts // J.Chem.Phys., 106, 9883 (1997).
4. Komlosh M.E., Callaghan P.T. Segmental motion of entangled random coil polymers studied by pulsed gradient spin echo nuclear magnetic resonance // - J. Chem. Phys. 109, 10053 (1998).
5. E.Fischer, R.Kimmich, N.Fatkullin, G.Yatsenko Segment diffusion and flip-flop spin diffusion in entangled polyethyleneoxide melts: A field-gradient NMR diffusometry study // Phys.Rev.E.- 2000.- V.62, N.1.- P.775-789.
6. М.Дой, С.Ф.Эдвардс, Динамическая теория полимеров // М.: Химия, 1998 (M.Doi, S.F.Edwards, The Theory of Polymer Dynamics // Clarendon Press, Oxford, 1986).
7. N.F.Fatkullin, R.Kimmich, M.Kroutieva The Twice Renormalized Rouse Formalism of Polymer Dynamics: Segment Diffusion, Terminal Relaxation, and Nuclear Spin-Lattice Relaxation // ЖЭТФ.- 2000 T.118, №1.- С.170-188.

Лицензия № 189 от 28.05.97 г.

Издательство "Мастер Лайн", г. Казань, ул. Б. Красная, 55, к. 003, т. (8432) 64-11-23
Отпечатано на полиграфическом участке издательства. Тираж 100. Заказ 456